



Inove

CONSULTORIA ATUARIAL
& PREVIDENCIÁRIA

NOTA TÉCNICA ATUARIAL – NTA

MUNICÍPIO DE IPU/CE

Instituto de Previdência dos Servidores
Públicos Municipais de Ipu
IPUPREV

Número da Nota Técnica Atuarial: **2025.000740.1**

Nome do Atuário Responsável: Thiago Silveira – MIBA nº2756

Tipo de Agente Público: Civil

Tipo de Submassa: Fundo em Capitalização

Data de Elaboração da NTA: 26/06/2025



SUMÁRIO

1. OBJETIVO	3
2. CONDIÇÕES DE ELEGIBILIDADE.....	3
3. HIPÓTESES ATUARIAIS E PREMISSAS	3
3.1. Tábuas Biométricas	3
3.2. Alterações futuras no perfil e composição das massas.....	4
3.3. Estimativa de remuneração e proventos	4
3.4. Taxa de juros atuarial	5
3.5. Entrada no mercado de trabalho e em aposentadoria	5
3.6. Composição Familiar	6
3.7. Fator de determinação - FDS e FDB.....	7
3.8. Demais premissas e hipóteses	7
4. CUSTEIO ADMINISTRATIVO	8
5. FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS E METODOLOGIA DE CÁLCULO	8
5.1. Expressões de cálculo dos benefícios previdenciários a conceder:	8
5.1.1. Expressões de cálculo do valor atual das remunerações futuras:	12
5.1.2. Expressões de cálculo do custo normal	13
5.1.3. Provisões matemáticas de Benefícios a Conceder	14
5.2. Expressões de cálculo dos benefícios previdenciários concedidos:	16
5.3. Expressão de cálculo e metodologia da compensação financeira:	20
5.4. Evolução das provisões matemáticas para os próximos 12 meses.....	22
5.5. Projeções do quantitativo de segurados atuais e futuros.....	23
5.5.1. Probabilidades fundamentais utilizadas para o cálculo de projeções.....	23
5.5.2. Probabilidades absolutas	23
5.5.3. Outras definições.....	24
5.5.4. Projeção do quantitativo de servidores e de seus dependentes	24
5.5.5. Projeção dos Ativos Atuais e dos demais grupos formados a partir deste	25
5.5.6. Projeção dos Aposentados e Pensionistas Atuais e dos grupos formados a partir destes	27
5.6. Expressões de cálculo e metodologia para fundos	28
6. EXPRESSÕES DE CÁLCULO PARA O EQUACIONAMENTO DO DÉFICIT ATUARIAL.....	28
6.1. Limite de Déficit Atuarial – LDA.....	29
6.1.1. Cálculo do LDA pela duração do passivo	30
6.1.2. Cálculo do LDA pela sobrevivência média dos aposentados e pensionistas.....	30
7. PARÂMETROS DE SEGREGAÇÃO DE MASSAS.....	30
8. EXPRESSÕES DE CÁLCULO DA CONSTRUÇÃO DA TÁBUA DE SERVIÇOS	30
9. GLOSSÁRIO E SIMBOLOGIAS	31
10. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	34

1. OBJETIVO

Esta Nota Técnica Atuarial (NTA) tem por objetivo apresentar as premissas atuariais, financeiras e demográficas utilizadas, além dos regimes financeiros utilizados para a execução da Avaliação Atuarial do Sistema Previdenciário do Município de Ipu/CE, bem como apresentar toda formulação matemática, e suas respectivas simbologias, utilizada para o cálculo dos encargos previdenciários. A presente NTA apresenta todos os elementos mínimos previstos no Anexo da Portaria MTP nº 1467/2022, além do Modelo Matemático para a Projeção de Massa dos servidores públicos (quantitativos, remunerações e benefícios) e das Referências Bibliográficas utilizadas.

2. CONDIÇÕES DE ELEGIBILIDADE

A seguir será exposto os critérios e formulações utilizados para a determinação das regras permanentes e de transição na elegibilidade dos benefícios previdenciários que são de responsabilidade do RPPS, conforme disposto na Lei nº 538/2022.

3. HIPÓTESES ATUARIAIS E PREMISSAS

Neste item serão apresentadas todas as hipóteses utilizadas na execução da Avaliação Atuarial. Essas hipóteses devem ser analisadas a cada ano para ajustá-las, se necessário, fazendo aderência à realidade daquele momento.

3.1. Tábuas Biométricas

As Tábuas Biométricas são tabelas estatísticas que determinam para cada idade, a probabilidade da ocorrência de algum evento específico, a saber: morte, sobrevivência, entrada em invalidez, morte de inválido ou rotatividade (*turnover*). A tabela 1 apresenta as Tábuas Biométricas utilizadas neste cálculo atuarial.

Tabela 1 - Tábuas Biométricas utilizadas em função do evento gerador

EVENTO GERADOR	TÁBUA
Mortalidade de Válidos e Inválidos	IBGE, segregada obrigatoriamente por sexo, divulgada pela SPREV.
Entrada em Invalidez	Álvaro Vindas

Não foi utilizada nenhuma tábua de morbidez, pois não se tem benefícios de auxílios. Dado que o § 2º do art. 9º da EC 103/2020 limita o rol de benefícios do RPPS às aposentadorias e à pensão por morte.

3.2. Alterações futuras no perfil e composição das massas

I. Rotatividade

Neste trabalho não foi utilizada **taxa de rotatividade**.

II. Expectativa de Reposição de Servidores Ativos

A reposição de servidores ativos será considerada apenas para as projeções demográficas e financeiras, quando for necessário, não sendo considerada para o cálculo da Provisão Matemática de Benefícios a Conceder (PMBAC) e Custo Normal.

Para cada servidor ativo que se desligue dos planos previdenciário e financeiro por aposentadoria, invalidez, morte, exoneração ou demissão, será adotada a hipótese de reposição deste, no plano previdenciário, por outro com as mesmas características que o servidor que se desligou tinha no momento de sua admissão na administração pública (idade, sexo, tipo de vínculo empregatício, remuneração, composição familiar, etc.). Essa substituição será realizada enquanto durar o grupo de ativos atuais.

3.3. Estimativa de remuneração e proventos

A tabela 4 apresenta as hipóteses atuariais de estimativa de remuneração e proventos utilizadas.

Tabela 2 - Hipóteses referentes a remuneração e proventos

HIPÓTESES ATUARIAIS	DESCRIÇÃO
Taxa Real do crescimento da remuneração ao longo da carreira (<i>cs</i>)	Foi considerada a taxa real de crescimento do salário por mérito mínima de 1,00% ao ano .
Taxa Real do crescimento dos proventos (<i>cb</i>)	Considerou-se a taxa de crescimento real de benefícios de 0,00% ao ano .

3.4. Taxa de juros atuarial

Corresponde ao retorno esperado das aplicações financeiras de todos os ativos garantidores do RPPS no horizonte de longo prazo que assegure o equilíbrio financeiro e atuarial do Fundo Capitalizado, ou à taxa de juros parâmetro, conforme normas aplicáveis às avaliações atuariais dos RPPS.

Em conformidade com o art. 39 da Portaria MF nº 1467/2022, a taxa de juros real anual a ser utilizada como taxa de desconto para apuração do valor presente dos fluxos de benefícios e contribuições do RPPS será equivalente à taxa de juros parâmetro cujo ponto da Estrutura a Termo de Taxa de Juros Média - ETTJ1 seja o mais próximo à duração do passivo do RPPS. Além disso, de acordo com §4º, a taxa de juros parâmetro poderá ser acrescida em 0,15 (quinze centésimos) a cada ano em que a rentabilidade da carteira de investimentos superar os juros reais da meta atuarial dos últimos 5 (cinco) anos, limitados ao total de 0,60 (sessenta centésimos).

3.5. Entrada no mercado de trabalho e em aposentadoria

A tabela a seguir apresenta as hipóteses atuariais para estimativa de idade de entrada no mercado de trabalho e em aposentadoria programada utilizadas.

Tabela 3 - Hipóteses referentes a entrada no mercado de trabalho e aposentadoria

HIPÓTESES ATUARIAIS	DESCRIÇÃO
Idade estimada de ingresso ao mercado de trabalho	Caso a base de dados não contemple o tempo de serviço anterior dos servidores ativos, adotamos o mínimo entre a idade de admissão como efetivo no município e 25 anos, para todos os servidores.
Idade estimada de entrada em aposentadoria programada	Para a hipótese em questão é calculado a elegibilidade do segurado ativo para um benefício programado. Para isto é levado em consideração suas informações cadastrais, após as devidas correções, e as regras de elegibilidade vigentes.

¹ Segundo o §1º do art. 39 "a ETTJ corresponde à média de 5 (cinco) anos das Estruturas a Termo de Taxa de Juros diárias baseadas nos títulos públicos federais indexados ao Índice de Preço ao Consumidor Amplo - IPCA, utilizando-se, para sua mensuração, a mesma metodologia aplicada ao regime de previdência complementar fechado."

3.6. Composição Familiar

Foram utilizadas as informações contidas na base de dados disponibilizada. Na ausência de informações com relação à composição do grupo familiar e estado civil do servidor ativo, adotar-se-á as seguintes hipóteses:

- **GRUPO FAMILIAR:** que o homem se casa, em média, com uma mulher 3 (três) anos mais nova do que ele sendo a recíproca também verdadeira, ou seja, que a mulher se casa, em média, com um homem 3 (três) anos mais velho.;
- **ESTADO CIVIL:** probabilidade de o servidor ativo estar casado. A tabela a seguir apresenta essas probabilidades por idade.

Tabela 4 - Probabilidade de o servidor ativo estar casado para cada idade dos 25 aos 60 anos ou mais

IDADE	PROBABILIDADE DE ESTAR CASADO (π_x)	IDADE	PROBABILIDADE DE ESTAR CASADO (π_x)
25	17,95%	43	59,67%
26	27,77%	44	60,40%
27	33,52%	45	61,09%
28	37,59%	46	61,75%
29	40,75%	47	62,38%
30	43,34%	48	62,98%
31	45,52%	49	63,56%
32	47,41%	50	64,12%
33	49,08%	51	64,65%
34	50,58%	52	65,17%
35	51,93%	53	65,66%
36	53,16%	54	66,14%
37	54,29%	55	66,61%
38	55,34%	56	67,06%
39	56,32%	57	67,49%
40	57,24%	58	67,92%
41	58,09%	59	68,33%
42	58,90%	60 ou mais	68,73%

3.7. Fator de determinação - FDS e FDB

O fator de determinação reflete a perda do poder aquisitivo em termos reais ocorrida nos salários ou benefícios, obtidos em função do nível de inflação estimada no longo prazo e da frequência de reajustes.

Dados os referidos efeitos da inflação, ocorrem perdas do poder de compra tanto das remunerações dos segurados ativos como dos benefícios dos aposentados e pensionistas, entre o período de um reajuste e outro. Com isso, a presente hipótese busca, desta forma, quantificar as perdas inflacionárias projetadas. A relação entre o nível de inflação e o fator de determinação é inversamente proporcional, portanto, quanto maior o nível de inflação, menor o fator de determinação.

Para a hipótese do fator de determinação das remunerações e dos benefícios, adota-se uma projeção de inflação, a qual será determinada pela aplicação da seguinte formulação:

$$FD = (1 + I_{12}) \times \frac{1 - (1 + I_{12})^{-n}}{n \times I_{12}}, \text{ sendo } I_{12} = \sqrt[n]{1 + I_a} - 1$$

Onde,

I_a : Corresponde à hipótese adotada de inflação anual;

I_{12} : Corresponde à inflação mensal calculada com base na hipótese;

n : Corresponde a 12 meses.

3.8. Demais premissas e hipóteses

Tabela 5 - Demais premissas e hipóteses atuariais

HIPÓTESES ATUARIAIS	DESCRIÇÃO
Inflação projetada	Foi considerado a projeção de inflação de acordo com meta divulgada pelo Banco Central do Brasil na data de elaboração desta Reavaliação.
Fator de determinação do valor real ao longo do tempo das remunerações e proventos (FC)	<p>Para a hipótese do fator de capacidades remunerações e dos benefícios, adota-se uma projeção de inflação, a qual será determinada pela aplicação da seguinte formulação:</p> $FC = (1 + I_m) \times \frac{1 - (1 + I_m)^{-n}}{n \times I_m}, \text{ sendo } I_m = \sqrt[n]{1 + I_a} - 1$ <p>Onde,</p> <p>I_a : Corresponde à hipótese adotada de inflação anual; I_m : Corresponde à inflação mensal calculada com base na hipótese; n: Corresponde a 12 meses.</p>

HIPÓTESES ATUARIAIS	DESCRIÇÃO
Benefícios a conceder com base na média das remunerações ou com base na última remuneração (%médiaBaC)	Para os benefícios a conceder será utilizado como base a última remuneração, para fins de conservadorismo e considerando que não se tem o histórico das remunerações dos servidores e não se sabe qual a média dessas remunerações, para os servidores admitidos até 31/12/2003. Sobre os demais, para estimar o salário médio na data de concessão do benefício, será considerado que o mesmo corresponde a 80,00% sobre a última remuneração de contribuição.
Estimativa do crescimento real do teto de contribuição do RGPS	Não utilizaremos a estimativa de crescimento dessa hipótese, portando adota-se que o teto do RGPS é corrigido apenas pela inflação.
Limitação dos salários e benefícios (TetoCONS)	Seguindo o disposto no Art. 37, XI, da Constituição Federal, limitou-se os salários e benefícios ao subsídio mensal do prefeito do município de Ipu/CE.

4. CUSTEIO ADMINISTRATIVO

Os critérios referentes ao custeio administrativo seguem a seguintes formulações:

$$admCNProj\$ = \text{despesa estimada para o exercício}$$

$$admCNProj\% = \frac{admCNProj\$}{\sum Remun_x}$$

Sendo:

$Remun_x$ = Remuneração de contribuição Mensal do servidor na idade "x", utilizado como base de cálculo das contribuições e benefícios.

5. FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS E METODOLOGIA DE CÁLCULO

5.1. Expressões de cálculo dos benefícios previdenciários a conceder:

- I. **Aposentadoria de válidos (por idade, tempo de contribuição e compulsória) e sua reversão em pensão.**
 - a) Regime Financeiro: **Capitalização**
 - b) Método de Financiamento: **Ortodoxo**
 - c) Formulações para o cálculo do benefício inicial, B_t :

$$B_t = \text{Remun}_x \times (1 + cs)^t \times \%médiaBaC \times FC$$

d) Formulações para o cálculo das provisões matemáticas e do custo normal:

$$\begin{aligned} rVPBF_x^{BaC-total} &= 13 \times B_t \times {}_{r-x}p_x^{(t)} \times v^{r-x} \times ({}^{cb}a_r + {}^{cb}a_{r/x-k}) \\ rVPBF_x^{BaC-tetoCONS} &= 13 \times TetoCONS \times {}_{r-x}p_x^{(t)} \times v^{r-x} \times (a_r + a_{r/x-k}) \\ rVPBF_x^{BaC-tetoRGPS} &= 13 \times TetoRGPS \times {}_{r-x}p_x^{(t)} \times v^{r-x} \times (a_r + a_{r/x-k}) \end{aligned}$$

Para o cálculo da base de cálculo das contribuições futuras, foram consideradas as seguintes formulações:

$$\begin{aligned} rVPBF_x^{BaC-Faixa1} &= \min(rVPBF_x^{BaC-total}, rVPBF_x^{BaC-tetoRGPS}) \\ rVPBF_x^{liquido} &= \min(rVPBF_x^{BaC-total}, rVPBF_x^{BaC-tetoCONS}) - (rVPBF_x^{BaC-Faixa1} \times Aliq_{(1)}) \end{aligned}$$

Ainda, os servidores aposentados e pensionistas contribuem com uma ($Aliq_1$) incidente apenas sobre a parcela dos proventos e pensões que excederem o teto do RGPS ($Faixa_1$).

Sendo:

$$rVPBF_x^{BaC-Faixa1} \begin{cases} \text{Se } B_t < Teto\ RGPS \text{ então: } rVPBF_x^{BaC-Faixa1} = 0 \\ \text{Senão } rVPBF_x^{BaC-Faixa1} = rVPBF_x^{BaC-Faixa1} \end{cases}$$

$${}^{cb}a_r = \sum_{j=1}^{\omega} j p_{r+\theta} \times v^j \times (1 + cb)^j$$

$$a_r = \sum_{j=1}^{\omega} j p_{r+\theta} \times v^j$$

$${}^{cb}a_{r/x-k} = \sum_{j=1}^{\omega} [j p_{(x-k)+\theta} - (j p_{r+\theta} \times j p_{(x-k)+\theta})] \times v^j \times \pi \times (1 + cb)^j$$

$$a_{r/x-k} = \sum_{j=1}^{\omega} [j p_{(x-k)+\theta} - (j p_{r+\theta} \times j p_{(x-k)+\theta})] \times v^j \times \pi$$

Onde:

r = idade estimada de entrada em aposentadoria programada;

x = idade atual do servidor;

B_t = valor do benefício projetado para a idade de aposentadoria;

${}_{r-x}p_x^{(t)}$ = probabilidade de um indivíduo admitido com idade x chegar vivo na idade de aposentadoria r , em um ambiente multidecremental.;

v^{r-x} = fator de desconto financeiro da idade x até a idade de aposentadoria r ;

π = probabilidade de a pensão ser concedida ao cônjuge de idade $x - k$.

$Faixa(j)$ = limite superior da faixa de contribuição j correspondente;

$Aliq_{aposFaixa(j)}$ = alíquota, referente aos aposentados, a ser aplicada na faixa de contribuição j definida em lei; e
 $tetoCons$ = teto remuneratório constitucional.

II. Benefício a conceder de aposentadoria por invalidez e sua reversão em pensão:

No cálculo deste benefício foram considerados os seguintes critérios:

- Regime Financeiro: **Capitalização**
- Método de Financiamento: **Ortodoxo**
- Formulações para o cálculo do benefício inicial, B_θ :

$$B_\theta = Remun_x \times (1 + cs)^{(\theta-1)} \times \%médiaBaC \times FC$$

- Formulações para o cálculo do custo normal, em valores:

No cálculo deste benefício foram considerados os seguintes critérios:

- Para servidores com cônjuge de idade $x - k$, a metodologia utilizada foi:

$$iVPBF_x^{BaC-total} = 13 \times \left[\sum_{\theta=0}^{r-x-1} B_\theta \times {}_\theta p_x^{(t)} \times i'_{x+\theta} \times v^{\theta+1} \times \left({}^{cb}a_{x+\theta}^i + {}^{cb}a_{x+\theta^i/(x-k)+\theta} \right) \right]$$

$$iVPBF_x^{BaC-teto} = 13 \times \left[\sum_{\theta=0}^{r-x-1} TetoCons \times {}_\theta p_x^{(t)} \times i'_{x+\theta} \times v^{\theta+1} \times \left(a_{x+\theta}^i + a_{x+\theta^i/(x-k)+\theta} \right) \right]$$

$$iVPBF_x^{BaC-tetoRGPS} = 13 \times \left[\sum_{\theta=0}^{r-x-1} TetoRGPS \times {}_\theta p_x^{(t)} \times i'_{x+\theta} \times v^{\theta+1} \times \left(a_{x+\theta}^i + a_{x+\theta^i/(x-k)+\theta} \right) \right]$$

Para o cálculo da base de cálculo das contribuições futuras, foram consideradas as seguintes formulações:

$$iVPBF_x^{BaC-Faixa1} = \min(iVPBF_x^{BaC-total}; iVPBF_x^{BaC-tetoRGPS})$$

$$iVPBF_x^{liquido} = \min(iVPBF_x^{BaC-total}; iVPBF_x^{BaC-tetoCONS}) - (iVPBF_x^{BaC-Faixa1} \times Aliq_{(1)})$$

Ainda, os servidores aposentados e pensionistas contribuem com uma alíquota ($Aliq_1$) incidente apenas sobre a parcela dos proventos e pensões que excederem o teto do RGPS ($Faixa_1$).

Sendo:

$${}^iVPBF_x^{BaC-Faixa1} \begin{cases} \text{Se } B_\theta < Teto \text{ RGPS então: } {}^iVPBF_x^{BaC-Faixa1} = 0 \\ \text{Senão } {}^iVPBF_x^{BaC-Faixa2} = {}^iVPBF_x^{BaC-Faixa1} \end{cases}$$

$${}^{cb}a_{x+\theta}^i = \sum_{j=1}^{\omega} {}_j p_{x+\theta} \times v^j \times (1+cb)^j$$

$$a_{x+\theta}^i = \sum_{j=1}^{\omega} {}_j p_{x+\theta} \times v^j$$

$${}^{cb}a_{x+\theta^i/(x-k)+\theta} = \sum_{j=1}^{\omega} [{}_j p_{(x-k)+\theta} - ({}_j p_{x+\theta}^i \times {}_j p_{(x-k)+\theta})] \times v^j \times \pi_{r+\theta+j} \times (1+cb)^j$$

$$a_{x+\theta^i/(x-k)+\theta} = \sum_{j=1}^{\omega} [{}_j p_{(x-k)+\theta} - ({}_j p_{x+\theta}^i \times {}_j p_{(x-k)+\theta})] \times v^j \times \pi_{r+\theta+j}$$

III. Benefício a conceder de pensão por morte de servidor em atividade:

No cálculo deste benefício foram considerados os seguintes critérios:

- Regime Financeiro: **Capitalização**
- Método de Financiamento: **Ortodoxo**
- Formulações para o cálculo do benefício inicial, B_θ :

$$B_\theta = Remun_x \times (1+cs)^{(\theta-1)} \times \%médiaBaC \times FC$$

- Formulações para o cálculo do custo normal:

- Para servidores com cônjuge de idade $x - k$, a metodologia utilizada foi:

$${}^pVPBF_x^{BaC-total} = 13 \times \sum_{\theta=0}^{r-x-1} B_\theta \times {}_\theta p_x^{(t)} \times q_{x+\theta}^{(m)} \times v^{\theta+1} \times {}^{cb}a_{(x-k)+\theta} \times \pi$$

$${}^pVPBF_x^{BaC-tetoCONS} = 13 \times \sum_{\theta=0}^{r-x-1} TetoCONS \times {}_\theta p_x^{(t)} \times q_{x+\theta}^{(m)} \times v^{\theta+1} \times a_{(x-k)+\theta} \times \pi$$

$${}^pVPBF_x^{BaC-tetoRGPS} = 13 \times \sum_{\theta=0}^{r-x-1} TetoRGPS \times {}_\theta p_x^{(t)} \times q_{x+\theta}^{(m)} \times v^{\theta+1} \times a_{(x-k)+\theta} \times \pi$$

Para o cálculo da base de cálculo das contribuições futuras, foram consideradas as seguintes formulações:

$${}^pVPBF_x^{BaC-Faixa1} = \min({}^pVPBF_x^{BaC-total}; {}^pVPBF_x^{BaC-tetoRGPS})$$

$${}^pVPBF_x^{liquido} = \min({}^pVPBF_x^{BaC-total}, {}^pVPBF_x^{BaC-tetoCONS}) - ({}^pVPBF_x^{BaC-Faixa1} \times Aliq_{(1)})$$

Ainda, os pensionistas contribuem com uma alíquota ($Aliq_1$) incidente apenas sobre a parcela dos proventos e pensões que excederem o teto do RGPS ($Faixa_1$).

Sendo:

$${}^pVPBF_x^{BaC-Faixa1} \begin{cases} \text{Se } B_\theta < \text{Teto RGPS então: } {}^pVPBF_x^{BaC-Faixa1} = 0 \\ \text{Senão } {}^pVPBF_x^{BaC-Faixa1} = {}^pVPBF_x^{BaC-Faixa1} \end{cases}$$

$${}^{cb}a_{x-k} = \sum_{j=1}^{\omega} j p_{(x-k)+\theta} \times v^j \times (1+cb)^j$$

$$a_{x-k} = \sum_{j=1}^{\omega} j p_{(x-k)+\theta} \times v^j$$

Onde:

$q_{x+\theta}^{(m)}$ = probabilidade de um servidor ativo de idade x falecer em antes de atingir a idade $x+1$, em um ambiente multidecremental;

5.1.1. Expressões de cálculo do valor atual das remunerações futuras:

No cálculo foi utilizada a seguinte fórmula:

$$VPSF_x^{TOTAL} = 13 \times Remun_x \times FC \times {}^{cs}a_{x:r-x}^{(t)}$$

$$VPSF_x^{TetoCons} = 13 \times TetoCons \times a_{x:r-x}^{(t)}$$

$$VPSF_x = \min(VPSF_x^{TOTAL}, VPSF_x^{TetoCons})$$

Sendo:

$${}^{cs}a_{x:r-x}^{(t)} = \sum_{j=1}^{r-x} j p_x^{(t)} \times v^j \times (1+cs)^j$$

$$a_{x:r-x}^{(t)} = \sum_{j=1}^{r-x} j p_x^{(t)} \times v^j$$

I. Cálculo do VABF Líquido Total.

$$totalVPBF_x^{liquido} = \sum_{\theta=1}^n rVPBF_\theta^{liquido} + \sum_{\theta=1}^n iVPBF_\theta^{liquido} + \sum_{\theta=1}^n pVPBF_\theta^{liquido}$$

Onde:

n = quantidade de servidores expostos ao risco de aposentadoria, invalidez e morte.

5.1.2. Expressões de cálculo do custo normal

I. Cálculo das alíquotas médias de contribuição

$Aliq_{Serv} = \text{conforme definido em lei}$

$$Aliq_{Patr} = Aliq_{Serv}$$

$$Aliq_{Total} = Aliq_{Patr} + Aliq_{Serv}$$

Onde:

n = quantidade de servidores expostos ao risco de aposentadoria, invalidez e morte.

I. Aposentadoria de válidos (por idade, tempo de contribuição e compulsória) e sua reversão em pensão.

$$rCN_{\%} = Aliq_{Total} \times \frac{\sum_{j=1}^n rVPBF_j^{liquido}}{totalVPBF_x^{liquido}}$$

$$rCN_{\$} = rCN_{\%} \times 13 \times Remun_x$$

II. Benefício a conceder de aposentadoria por invalidez e sua reversão em pensão:

$$iCN_{\%} = Aliq_{Total} \times \frac{\sum_{j=1}^n iVPBF_j^{liquido}}{totalVPBF_x^{liquido}}$$

$$iCN_{\$} = iCN_{\%} \times 13 \times Remun_x$$

III. Benefício a conceder de pensão por morte de servidor em atividade:

$$pCN_{\%} = Aliq_{Total} \times \frac{\sum_{j=1}^n pVPBF_j^{liquido}}{totalVPBF_x^{liquido}}$$

$$pCN_{\$} = pCN_{\%} \times 13 \times Remun_x$$

No cálculo foi utilizada a seguinte fórmula:

$$TCN_{\%} = rCN_{\%} + iCN_{\%} + pCN_{\%}$$

$$TCN_{\$} = TCN_{\%} \times 13 \times Remun_x$$

IV. Alíquota normal do ente

$$enteCN_{\%} = TCN_{\%} - Aliq_{serv}$$

$$enteCN_{\$} = enteCN_{\%} \times 13 \times Remun_x$$

V. Alíquota normal do servidor

A alíquota normal do servidor será aquela definida na legislação do ente público.

$$servCN_{\$} = Aliq_{serv} \times 13 \times Remun_x$$

VI. Alíquota normal do aposentado e pensionista

A alíquota normal do aposentado e pensionista será aquela definida na legislação do ente público.

5.1.3. Provisões matemáticas de Benefícios a Conceder

Para o cálculo dessas Provisões Matemáticas foi utilizado o método chamado prospectivo², que equivale à diferença entre o Valor Presente dos Benefícios Futuros (*VPBF*) e o Valor Presente das Contribuições Futuras (*VPCF*). Para tanto foram utilizadas as seguintes fórmulas:

VII. Aposentadoria de válidos (por idade, tempo de contribuição e compulsória) e sua reversão em pensão.

$$rPMBaC_x = \left(13 \times \sum_{j=1}^n rVPBF_j^{liquido} \right) - (rVPCF_{ativos} + rVPCF_{ente})$$

Sendo:

² Ver Ferreira (1985, vol IV, pp. 355-62).

$$rVPCF_{ativos} = \left(\sum_{j=1}^n VPSF_x \times Aliq_{serv} \right) \times rCN_{\%} \times \frac{servCN_{\%}}{TCN_{\%}}$$

$$rVPCF_{ente} = \left(\sum_{j=1}^n VPSF_x \times Aliq_{patr} \right) \times rCN_{\%} \times \frac{enteCN_{\%}}{TCN_{\%}}$$

VIII. Benefício a conceder de aposentadoria por invalidez e sua reversão em pensão:

$$invPMBaC_x = \left(13 \times \sum_{j=1}^n invVPBF_j^{liquido} \right) - (invVPCF_{ativos} + invVPCF_{ente})$$

Sendo:

$$invVPCF_{ativos} = \left(\sum_{j=1}^n VPSF_x \times Aliq_{serv} \right) \times iCN_{\%} \times \frac{servCN_{\%}}{TCN_{\%}}$$

$$invVPCF_{ente} = \left(\sum_{j=1}^n VPSF_x \times Aliq_{patr} \right) \times iCN_{\%} \times \frac{enteCN_{\%}}{TCN_{\%}}$$

IX. Benefício a conceder de pensão por morte de servidor em atividade:

$$pensPMBaC_x = \left(13 \times \sum_{j=1}^n pensVPBF_j^{liquido} \right) - (pensVPCF_{ativos} + pensVPCF_{ente})$$

Sendo:

$$pensVPCF_{ativos} = \left(\sum_{j=1}^n VPSF_x \times Aliq_{serv} \right) \times pCN_{\%} \times \frac{servCN_{\%}}{TCN_{\%}}$$

$$pensVPCF_{ente} = \left(\sum_{j=1}^n VPSF_x \times Aliq_{patr} \right) \times pCN_{\%} \times \frac{enteCN_{\%}}{TCN_{\%}}$$

5.2. Expressões de cálculo dos benefícios previdenciários concedidos:

III. Benefícios concedidos de aposentadoria de válidos (por idade, tempo de contribuição e compulsória) e sua reversão em pensão:

a) Regime financeiro: **Capitalização**

Para o cálculo do Valor Presente dos Benefícios Futuros de aposentadoria de válidos reversível aos dependentes, as fórmulas utilizadas foram:

$$\begin{aligned} \text{aposVPBF}_x^{BC-total} &= 13 \times B_x \times ({}^{cb}a_x + {}^{cb}a_{x-k}) \times FC \\ \text{aposVPBF}_x^{BC-tetoCONS} &= 13 \times TetoCONS \times (a_x + a_{x-k}) \\ \text{aposVPBF}_x^{BC-tetoRGPS} &= 13 \times TetoRGPS \times (a_x + a_{x-k}) \end{aligned}$$

Para o cálculo da base de cálculo das contribuições futuras, foram consideradas as seguintes formulações:

$$\text{aposVPBF}_x^{BC-Faixa1} = \min(\text{aposVPBF}_x^{BC-total}; \text{aposVPBF}_x^{BC-tetoRGPS})$$

Sendo:

$$\text{aposVPBF}_x^{BC-Faixa1} \begin{cases} \text{Se } B_x < TetoRGPS \text{ então: } \text{aposVPBF}_x^{BC-Faixa1} = 0 \\ \text{Senão } \text{aposVPBF}_x^{BC-Faixa1} = \text{aposVPBF}_x^{BC-Faixa1} \end{cases}$$

$${}^{cb}a_x = \sum_{j=1}^{\omega} j p_{x+\theta} \times v^j \times (1+cb)^j$$

$$a_x = \sum_{j=1}^{\omega} j p_{x+\theta} \times v^j$$

$${}^{cb}a_{x-k} = \sum_{j=1}^{\omega} [j p_{(x-k)+\theta} - (j p_{x+\theta} \times j p_{(x-k)+\theta})] \times v^j \times \pi \times (1+cb)^j$$

$$a_{x-k} = \sum_{j=1}^{\omega} [j p_{(x-k)+\theta} - (j p_{x+\theta} \times j p_{(x-k)+\theta})] \times v^j \times \pi$$

Onde:

x = idade atual do servidor aposentado;

B_x = valor do benefício na idade x ;

Faixa1 = limite superior da faixa de contribuição correspondente;

Aliq_{aposFaixa1} = alíquota, referente aos aposentados, a ser aplicada na faixa de contribuição definida em lei.

A expressão de cálculo da Provisão Matemática dos Benefícios Concedidos, referente às aposentadorias de válidos utilizado no cálculo foi a seguinte:

$$aposPMBC_x = \min(aposVPBF_x^{BC-total}; aposVPBF_x^{BC-tetoCONS}) - aposVPCF_x$$

Sendo:

$$aposVPCF_x = \sum_{j=1}^2 aposVPBF_x^{BC-Faixa1} \times Aliq_1$$

Ainda, os servidores aposentados e pensionistas contribuem com uma alíquota ($Aliq_1$) incidente apenas sobre a parcela dos proventos e pensões que excederem o teto do RGPS ($Faixa_1$).

IV. Benefícios concedidos de aposentadoria por invalidez e sua reversão em pensão:

a) Regime financeiro: **Capitalização**

Para o cálculo do Valor Presente dos Benefícios Futuros de aposentadoria por invalidez reversível aos dependentes, as fórmulas utilizadas foram:

$$invVPBF_x^{BC-total} = 13 \times B_x \times (cb a_x^i + cb a_{x^i/x-k}) \times FC$$

$$invVPBF_x^{BC-tetoCONS} = 13 \times TetoCons \times (a_x^i + a_{x^i/x-k})$$

$$invVPBF_x^{BC-tetoRGPS} = 13 \times TetoRGPS \times (a_x^i + a_{x^i/x-k})$$

Para o cálculo da base de cálculo das contribuições futuras, foram consideradas as seguintes formulações:

$$aposVPBF_x^{BC-Faixa1} = \min(invVPBF_x^{BC-total}; invVPBF_x^{BC-tetoRGPS})$$

Sendo:

$$invVPBF_x^{BC-Faixa1} \begin{cases} \text{Se } B_x < \text{Teto RGPS então: } invVPBF_x^{BC-Faixa1} = 0 \\ \text{Senão } invVPBF_x^{BC-Faixa1} = invVPBF_x^{BC-Faixa1} \end{cases}$$

$$cb a_x^i = \sum_{j=1}^{\omega} j p_x^i \times v^j \times (1 + cb)^j$$

$$a_x^i = \sum_{j=1}^{\omega} j p_x^i \times v^j$$

$${}^{cb}a_{x^i/x-k} = \sum_{j=1}^{\omega} [j p_{(x-k)} - (j p_x^i \times j p_{(x-k)})] \times v^j \times \pi \times (1 + cb)^j$$

$$a_{x^i/x-k} = \sum_{j=1}^{\omega} [j p_{(x-k)} - (j p_{x+\theta}^i \times j p_{(x-k)})] \times v^j \times \pi$$

Onde:

x = idade atual do servidor aposentado por invalidez;

B_x = valor do benefício na idade x ;

Faixa1 = limite superior da faixa de contribuição correspondente;

Aliq_{aposFaixa1} = alíquota, referente aos aposentados, a ser aplicada na faixa de contribuição definida em lei.

A expressão de cálculo da Provisão Matemática dos Benefícios Concedidos, referente às aposentadorias de inválidos utilizado no cálculo foi a seguinte:

$${}^{inv}PMBC_x = \min({}^{inv}VPBF_x^{BC-total}, {}^{inv}VPBF_x^{BC-tetoCONS}) - {}^{inv}VPCF_x$$

Sendo:

$${}^{inv}VPCF_x = \sum_{j=1}^2 {}^{inv}VPBF_x^{BC-Faixa1} \times Aliq_1$$

Ainda, os servidores aposentados e pensionistas contribuem com uma alíquota de 11,00% ($Aliq_1$) de 1 salário-mínimo ($Faixa_1$) até o valor vigente do teto dos benefícios pagos pelo Regime de Previdência, e 14,00% ($Aliq_2$) incidente apenas sobre a parcela dos proventos e pensões que excederem o teto do RGPS ($Faixa_2$).

V. Benefícios concedidos de pensão por morte:

a) Regime financeiro: **Capitalização**

Para o cálculo do Valor Presente dos Benefícios Futuros da pensão por morte, foram considerados os seguintes critérios:

- Nos casos em que a pensão foi concedida ao cônjuge de idade x e ao filho com idade z inferior a 21 anos, a fórmula utilizada foi:

$${}^{cb}FATOR = {}^{cb}a_{\overline{21-z}|} + {}_{21-z}{}^{cb}a_x$$

$$FATOR = a_{\overline{21-z}|} + {}_{21-z}a_x$$

- Nos casos em que a pensão foi concedida apenas ao cônjuge de idade $x - k$, utilizou-se a seguinte fórmula:

$${}^{cb}FATOR = {}^{cb}a_{x-k}$$

$$FATOR = a_{x-k}$$

- Nos casos em que a pensão é concedida apenas ao filho com idade z inferior a 21 anos, utilizou-se a seguinte fórmula:

$${}^{cb}FATOR = {}^{cb}a_{\overline{21-z}|}$$

$$FATOR = a_{\overline{21-z}|}$$

Para o cálculo da base de cálculo das contribuições futuras, foram consideradas as seguintes formulações:

$${}^{pens}VPBF_x^{BC-total} = 13 \times B_x \times {}^{cb}FATOR \times FC$$

$${}^{pens}VPBF_x^{BC-tetoCONS} = 13 \times TetoCONS \times FATOR$$

$${}^{pens}VPBF_x^{BC-tetoRGPS} = 13 \times TetoRGPS \times FATOR$$

$${}^{pens}VPBF_x^{BC-Faixa1} = \min({}^{pens}VPBF_x^{BC-total}, {}^{pens}VPBF_x^{BC-tetoRGPS})$$

Sendo:

$${}^{pens}VPBF_x^{BC-Faixa1} \begin{cases} \text{Se } B_x < TetoRGPS \text{ então: } {}^{pens}VPBF_x^{BC-Faixa1} = 0 \\ \text{Senão } {}^{pens}VPBF_x^{BC-Faixa1} = {}^{pens}VPBF_x^{BC-Faixa1} \end{cases}$$

$${}^{cb}a_{\overline{21-z}|} = \sum_{j=1}^{21-z} v^j \times (1 + cb)^j$$

$$a_{\overline{21-z}|} = \sum_{j=1}^{21-z} v^j$$

$${}^{cb}a_{x-k} = \sum_{j=1}^{\omega} j p_{(x-k)} \times v^j \times (1 + cb)^j$$

$$a_{x-k} = \sum_{j=1}^{\omega} j p_{(x-k)} \times v^j$$

Onde:

x = idade atual do pensionista cônjuge;

x = idade atual do filho;

B_x = valor atual do benefício;

Faixa1 = limite superior da faixa de contribuição correspondente;

Aliq_{PensFaixa1} = alíquota, referente aos aposentados, a ser aplicada na faixa de contribuição definida em lei.

A expressão de cálculo da Provisão Matemática dos Benefícios Concedidos, referente às pensões por morte utilizado no cálculo foi a seguinte:

$$pensPMBC_x = \min(pensVPBF_x^{BC-total}, pensVPBF_x^{BC-tetoCONS}) - pensVPCF_x$$

Sendo:

$$pensVPCF_x = \sum_{j=1}^8 pensVPBF_x^{BC-Faixa(j)} \times Aliq_1$$

Ainda, os servidores aposentados e pensionistas contribuem com uma alíquota ($Aliq_1$) incidente apenas sobre a parcela dos proventos e pensões que excederem o teto do RGPS.

5.3. Expressão de cálculo e metodologia da compensação financeira:

I. Compensação financeira dos benefícios concedidos a receber

A estimativa de Compensação Previdenciária poderá ser considerada como Ativo do Plano caso o RPPS possua convênio ou acordo de cooperação técnica em vigor para operacionalização da compensação previdenciária com os regimes de origem.

Como não consta da base cadastral os valores das remunerações de cada servidor no período a compensar com o regime previdenciário de origem, o cálculo do valor individual a receber é realizado com base no valor médio per capita dos requerimentos já deferidos, vigentes na data-base da avaliação, conforme a fórmula a seguir:

a. Benefícios Concedidos

$${}^{BC}VPComprevF = \sum_t^n \min(VPBF_{x(t)}^{BC-total}, VPBF_{x(t)}^{BC-tetoCONS}) \times \frac{Rec. COMPREV_t}{B_{x(t)}}$$

Onde:

$VPBF_x^{BC}$ = Valor Presente dos Benefícios Futuros dos atuais aposentados e pensionistas.

$Rec. COMPREV_t$ = Receita de Compensação Previdenciária do benefício "t".

$B_{x(t)}$ = Valor do benefício proventos de aposentadoria "t" ou pensão "t".

b. Benefícios a Conceder

$${}^{BaC}VPComprevF = \sum_t^n rVPBF_{x(t)} \times \frac{Ben. Med. RGPS}{Sal_t} \times \frac{TcRGPS_t}{TcRGPS_t + TcRPPS_t}$$

Onde:

$rVPBF_{x(t)}$ = Valor Presente dos Benefícios Futuros referente às aposentadorias programadas futuras do servidor "t"

Ben. Med. RGPS = Valor médio per capita dos benefícios pagos pelo Regime Geral de Previdência Social

Sal_t = Salário Mensal do servidor "t"

$TcRGPS_t$ = Tempo de contribuição do servidor "t" ao Regime Geral de Previdência Social

$TcRPPS_t$ = Tempo de contribuição do servidor "t" ao Regime Próprio de Previdência Social – RPPS do ente federativo.

Observação: A fração $\frac{Ben. Med. INSS}{Sal_t}$ é limitada a 1.

II. Compensação financeira dos benefícios concedidos a pagar

Como não consta da base cadastral os valores das remunerações de cada servidor no período a compensar com o regime previdenciário de origem, o cálculo do valor individual a receber é realizado com base no valor médio per capita dos requerimentos já deferidos, vigentes na data-base da avaliação, conforme a fórmula a seguir:

a. Benefícios Concedidos

Para o cálculo do Valor Presente da Compensação financeira, que já estão sendo pagos, as fórmulas utilizadas foram:

$$COMPREV_x^{BC} = 13 \times Comp_x \times {}^{cb}a_x \times FC$$

Onde:

$COMPREV_x^{BC}$ = Valor Presente da Compensação financeira que já estão sendo pagos.

$Comp_x$ = Valor da compensação pró-rata.

b. Benefícios a Conceder

O valor da Receita de Compensação Previdenciária a receber, referente aos servidores em atividade, já considera a dedução da compensação a pagar. Isso ocorre porque o fator de desconto atuarial ${}_{r-x}p_x^{(t)}$ é aplicado em um modelo multidecremental, que incorpora diferentes hipóteses de saída do plano, incluindo aposentadoria, falecimento e desligamento por outros motivos.

Dessa forma, a projeção da compensação previdenciária não inclui servidores que já saíram do plano, pois a hipótese atuarial de rotatividade já considera essas exclusões. Assim, os cálculos refletem apenas os servidores que permanecem ativos no RPPS, garantindo maior precisão na estimativa dos fluxos financeiros futuros.

5.4. Evolução das provisões matemáticas para os próximos 12 meses

Será feito uma avaliação atuarial projetada para 12 meses para efetuar uma interpolação linear, conforme fórmula abaixo, de modo a permitir a contabilização mensal. "V" é o valor a ser trabalhado e k é o mês (0 é a avaliação atual e 12 a avaliação projetada).

$$V_k = V_0 + \frac{V_{12} - V_0}{12} \times k$$

Note que o décimo segundo mês será substituído pela próxima avaliação atuarial, servindo apenas de base de cálculo para a estimativa das provisões mensais.

5.5. Projeções do quantitativo de segurados atuais e futuros

O Modelo da Projeção de Massa estima o quantitativo de servidores ativos, aposentados e dos pensionistas atuais e futuros em cada ano, bem como suas respectivas remunerações e benefícios.

Entretanto, não basta saber quais os valores de despesas ou contribuições que ocorrerão futuramente, são fundamentais para garantir que os valores das contribuições futuras sejam suficientes para garantir os futuros benefícios dos servidores atuais e futuros, além dos benefícios de seus respectivos dependentes.

Além disso, é importante definir um percentual de contribuição que não sofra grandes oscilações ao longo do tempo e que garanta o Equilíbrio Financeiro e Atuarial do plano previdenciário.

5.5.1. Probabilidades fundamentais utilizadas para o cálculo de projeções

Foram utilizadas as seguintes probabilidades fundamentais nas projeções atuariais:

- q_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x falecer em antes de atingir a idade $x + 1$;
- q_x^i = probabilidade de um servidor inválido de idade x falecer antes de atingir a idade $x + 1$;
- w_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x ser exonerado antes de atingir a idade $x + 1$;
- i_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x tornar-se inválido antes de atingir a idade $x + 1$;

5.5.2. Probabilidades absolutas

As probabilidades fundamentais são as bases para a determinação das probabilidades absolutas. Enquanto as probabilidades fundamentais consideram os eventos de forma isolada, as probabilidades absolutas consideram as interações existentes entre os eventos, ou seja, em um ambiente multidecremental. Foram utilizadas as seguintes probabilidades absolutas nas projeções atuariais:

- $q_x^{(m)}$ = probabilidade de um servidor ativo de idade x falecer em antes de atingir a idade $x + 1$, em um ambiente multidecremental;

- w'_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x ser exonerado antes de atingir a idade $x + 1$, em um ambiente multidecremental;
- i'_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x tornar-se inválido antes de atingir a idade $x + 1$, em um ambiente multidecremental;
- $q_x^{(t)}$ = probabilidade de um servidor de idade x se desligar do grupo de servidores ativos em virtude de morte em atividade, exoneração ou invalidez;

5.5.3. Outras definições

As definições abaixo serão utilizadas nas fórmulas descritas a seguir:

- x = idade atual do servidor;
- π_x = probabilidade de um servidor de idade x estar casado;
- k = diferença etária entre o servidor e seu cônjuge;
- y = idade de admissão;
- cs = crescimento real anual de salário;

5.5.4. Projeção do quantitativo de servidores e de seus dependentes

I. Ativos Atuais

Aos ativos atuais, foram aplicados os fatores de decremento $q_x^{(t)}$ até a extinção do grupo. Através da aplicação dos fatores r'_x , $q_x^{(m)}$, i'_x o grupo de ativos atuais gerou os seguintes subgrupos:

- Novos aposentados dos ativos atuais;
- Novos pensionistas dos ativos atuais; e
- Novos inválidos dos ativos atuais.

Aplicando-se os fatores q_x e q_x^i aos grupos de aposentados dos ativos atuais e inválidos dos ativos atuais respectivamente, novos grupos de pensionistas são gerados.

II. Aposentados Atuais

Aos aposentados atuais, foi aplicado o fator de decremento q_x até que este grupo se extinguisse, gerando os novos pensionistas dos aposentados atuais.

Aos pensionistas atuais foi aplicado o fator de decremento q_x até que este grupo se extinguisse.

5.5.5. Projeção dos Ativos Atuais e dos demais grupos formados a partir deste

I. Projeção dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de servidores ativos em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($NumAt$):

$$NumAt(x + 1; t + 1) = NumAt(x; t) \times (1 - q_x^{(t)})$$

- Soma de Salários de Ativos em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($SalAt$):

$$SalAt(x + 1; t + 1) = NumAt(x + 1; t + 1) \times SalAt(x; t) \times (1 + cs)$$

II. Projeção dos Pensionistas dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Ativos em $t + 1$ com idade $x - k + 1$ ($NumPens$):

$$NumPens(x - k + 1; t + 1) = NumPens(x - k + 1; t) \times (1 - q_{x-k}) + NumAt(x; t) \times q_x^{(t)} \times \pi_x$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Ativos Atuais em $t + 1$ com idade $x - k + 1$ ($BenPen$):

$$BenPen(x - k + 1; t + 1) = BenPen(x - k; t) \times p_{x-k} + NumAt(x; t) \times q_x^{(t)} \times \pi_x \times SalAt(x + 1; t + 1)$$

III. Projeção dos Inválidos dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Inválidos em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($NumInv$):

$$NumInv(x + 1; t + 1) = NumInv(x; t) \times p_x^i + NumAti(x; t) \times i_x'$$

- Soma de benefícios de inválidos em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($BenInv$):

$$BenInv(x + 1; t + 1) = NumAti(x; t) \times [SalAti(x; t) \times (1 + cs) \times i_x'] + BenInv(x; t) \times p_x^i$$

IV. Projeção dos Pensionistas dos Inválidos dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Inválidos em $t + 1$ com idade $x - k + 1$ ($NumPenInv$):

$$NumPenInv(x - k + 1; t + 1) = NumPenInv(x - k; t) \times p_{x-k} + NumInv(x; t) \times q_x^l \times \pi_x$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Inválidos dos Ativos Atuais em $t + 1$ com idade $x - k + 1$ ($BenPenInv$):

$$BenPenInv(x - k + 1; t + 1) = BenPenInv(x - k; t) \times p_{x-k} + NumInv(x; t) \times q_x^l \times \pi_x \times BenInv(x; t)$$

V. Projeção dos Aposentados dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Aposentados dos Ativos Atuais em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($NumApos$):

$$NumApos(x + 1; t + 1) = NumAti(x; t) \times p_x + NumAti(x; t) \times r_x$$

- Soma de Benefícios de Aposentados em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($BenApos$):

$$BenApos(x + 1; t + 1) = NumAti(x; t) \times r_x \times [SalAti(x; t) * (1 + cs)] + BenApos(x; t) \times p_x$$

VI. Projeção dos Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais em $t + 1$ com idade $x - k + 1$ ($NumPenApos$):

$$NumPenApos(x - k + 1; t + 1) = NumPenApos(x - k; t) \times p_{x-k} + NumApos(x; t) \times q_x \times \pi_x$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais em $t + 1$ com idade $x - k + 1$ ($BenPenApos$):

$$BenPenApos(x - k + 1; t + 1) = BenPenApos(x - k; t) \times p_{x-k} + BenApos(x; t) \times q_x \times \pi_x$$

5.5.6. Projeção dos Aposentados e Pensionistas Atuais e dos grupos formados a partir destes

I. Projeção dos Pensionistas Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de pensionistas Atuais em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($NumPensAt$):

$$NumPensAt(x + 1; t + 1) = NumPensAt(x; t) \times p_{x-k}$$

- Soma de Benefícios dos Pensionistas Atuais em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($BenPenAt$):

$$BenPenAt(x + 1; t + 1) = SomBenPens(x; t) \times p_x$$

II. Projeção dos Aposentados Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Aposentados Atuais em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($NumAposAt$):

$$NumAposAt(x + 1; t + 1) = BenApos(x; t) \times p_x$$

- Soma de Benefícios dos Aposentados Atuais em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($BenAposAt$):

$$BenAposAt(x + 1; t + 1) = BenApos(x; t) \times p_x$$

III. Projeção dos Pensionistas dos Aposentados Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de pensionistas dos Aposentados atuais em $t + 1$ com idade $x - k + 1$ ($NumPenAposAt$):

$$NumPenAposAt(x - k + 1; t + 1) = NumPenAposAt(x - k; t) \times p_{x-k} + NumAposAt(x; t) \times q_x \times \pi_x$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais em $t + 1$ com idade $x - k + 1$ ($BenPenAposAt$):

$$BenPenAposAt(x - k + 1; t + 1) = BenPenAposAt(x - k; t) \times p_{x-k} + BenAposAt(x; t) \times q_x \times \pi_x$$

Após a realização dos cálculos para cada um dos participantes, estes resultados são agrupados em função das projeções anuais e consolidados conforme os itens anteriormente descritos.

5.6. Expressões de cálculo e metodologia para fundos

I. Fundo garantidor de benefícios estruturados em regime de repartição de capitais de cobertura – (FGB-RCC)

Não há benefícios estruturados no regime de repartição de capitais de cobertura.

II. Fundo para oscilação de riscos dos benefícios estruturados em repartição de capitais de cobertura

Não há constituição de fundo de oscilação de riscos.

III. Fundo para oscilação de riscos dos benefícios estruturados em regime de capitalização

Não há constituição de fundo de oscilação de riscos.

6. EXPRESSÕES DE CÁLCULO PARA O EQUACIONAMENTO DO DÉFICIT ATUARIAL

O Passivo Atuarial Infundado (PAI) em um ano t corresponde à diferença entre o Passivo Atuarial e os Ativos Financeiros do plano previdenciário, ou seja:

$$PAI_t = PA_t - \text{Ativos Financeiros}_t$$

A Portaria MTP nº 1467/2022 estabelece que o plano de amortização deverá obedecer a um dos prazos máximos estabelecidos, sendo assim o Passivo Atuarial Infundado deve ser amortizado em um prazo de 35 anos, contados a partir do primeiro plano de amortização implementado pelo ente federativo após a publicação da Portaria MF nº 464/2018. Desta forma o custo previdenciário será composto pelo Custo Normal e o Custo Suplementar (CS) resultado da amortização do PAI. Assim temos:

$$CS_{\$} = \frac{PAI}{a_{\overline{35}|i}}$$

O Custo Suplementar definido como percentual da folha de salários é representado pela seguinte fórmula:

$$CS_{\%} = \frac{CS_{\$}}{13 * Sal_{total}}$$

Ainda, poderá estruturar o plano de amortização através de alíquotas ou aportes crescentes. Nesta metodologia, o financiamento do Déficit Atuarial será elaborado através de um financiamento crescente. O Saldo Inicial a ser financiado equivale ao Déficit Atuarial identificado no Cálculo Atuarial. O Pagamento a cada ano equivale a multiplicação da Alíquota Suplementar indicada para aquele ano pelo valor da folha anual de salários dos servidores ativos, projetada para o mesmo ano.

O Saldo Final a cada ano equivale ao Saldo Inicial do mesmo ano, subtraído do pagamento para aquele mesmo ano. O Saldo Inicial do segundo ano em diante, equivale ao saldo inicial do ano anterior, multiplicado por $1 + i$, onde i representa a taxa de juros utilizada no estudo.

6.1. Limite de Déficit Atuarial – LDA

O Limite do Déficit Atuarial (LDA) apresenta a parcela relativa ao déficit atuarial que poderá não constituir o plano de amortização. O LDA é calculado em função de um dos seguintes fatores:

- Duração do passivo do fluxo de pagamento dos benefícios do RPPS; ou
- Sobrevida média dos aposentados e pensionistas.

Feito a aplicação do LDA, o plano de amortização deve equacionar, no mínimo, o resultado atuarial deficitário indicado na avaliação atuarial menos o valor relativo ao LDA.

O LDA não se aplica nas seguintes situações, devendo o déficit atuarial ser integralmente equacionado por meio de plano de amortização:

- na avaliação atuarial inicial do RPPS;
- na decorrência de alteração de legislação do ente federativo que resulte em transferência de beneficiários para a responsabilidade do RPPS;
- caso o ente federativo não tenha encaminhado à Secretaria de Previdência os documentos e as informações atuariais referente ao cálculo atuarial anual;
- caso tenham sido identificadas pela Secretaria de Previdência, inconsistências nos documentos e informações atuariais encaminhados pelo ente federativo que impactem

no cálculo da duração do passivo ou da sobrevida média dos aposentados e pensionistas, enquanto não for procedida a sua adequação

6.1.1. Cálculo do LDA pela duração do passivo

$$LDA = \frac{(DP * ra)}{100} * Deficit_{BAC}$$

6.1.2. Cálculo do LDA pela sobrevida média dos aposentados e pensionistas

$$LDA = \frac{(SVM * ra)}{100} * Deficit_{BAC}$$

7. PARÂMETROS DE SEGREGAÇÃO DE MASSAS

O Instituto de Previdência dos Servidores Públicos Municipais de Ipu/RO – IPUPREV não possui Segregação de Massas.

8. EXPRESSÕES DE CÁLCULO DA CONSTRUÇÃO DA TÁBUA DE SERVIÇOS

Tabela 6 - Expressões de cálculo da Tábua de Serviços

SIMBOLOGIA	EXPRESSÃO
$q_x^{(m)}$	$q_x^{(m)} = q_x \times [(1 - 0,5 \times i_x) \times (1 - 0,5 \times w_x)]$
i'_x	$i'_x = i_x \times [(1 - 0,5 \times q_x) \times (1 - 0,5 \times w_x)]$
w'_x	$w'_x = w_x \times [(1 - 0,5 \times q_x) \times (1 - 0,5 \times i_x)]$
$q_x^{(t)}$	$q_x^{(t)} = q_x^{(m)} + i'_x + w'_x$
$l_{x+1}^{(t)}$	$l_{x+1}^{(t)} = l_x^{(t)} \times (1 - q_x^{(t)})$
v	$v = \frac{1}{1 + \text{juros}}$
v'	$v' = \frac{1}{1 + i'}$
D_x	$D_x = l_x \times v^x$
N_x	$N_x = \sum_{h=0}^{\omega-x} D_{x+h}$
$D_x^{(t)}$	$D_x^{(t)} = l_x^{(t)} \times v^x$
$N_x^{(t)}$	$N_x^{(t)} = \sum_{h=0}^{\omega-x} D_{x+h}^{(t)}$
$D_x^{(t)'}$	$D_x^{(t)'} = l_x^{(t)} \times v^{x'}$

SIMBOLOGIA	EXPRESSÃO
$N_x^{(t)'}$	$N_x^{(t)'} = \sum_{h=0}^{\omega-x} D_{x+h}^{(t)'}$
D_x^i	$D_x^i = l_x^i \times v^x$
N_x^i	$N_x^i = \sum_{h=0}^{\omega-x} D_{x+h}^i$
a_x	$a_x = \frac{N_{x+1}}{D_x}$
n/a_x	$n/a_x = \frac{N_{x+n+1}}{D_x}$
a_x^i	$a_x^i = \frac{N_{x+1}^i}{D_x^i}$
${}^s a_{x:\overline{y-x} }^{(t)'}$	${}^s a_{x:\overline{y-x} }^{(t)'} = \frac{N_{r+1}^{(t)'} - N_{x+1}^{(t)'}}{D_x^{(t)'}}$
$a_{\overline{n} i}$	$a_{\overline{n} i} = \frac{1 - v^n}{i}$
FDB	$FDB = \frac{f}{12} * \frac{1 - \frac{1}{(1 + INF)^{\overline{f}}}}{1 - \frac{1}{(1 + INF)^{\overline{12}}}}$
FDS	$FCS = FCB$
f	Frequência de reajuste do valor do benefício ao ano
i'	$i' = \frac{(1 + i)}{(1 + cs)} - 1$

9. GLOSSÁRIO E SIMBOLOGIAS

SIMBOLOGIA	DESCRIÇÃO
$PMBaC$	Provisões Matemáticas de Benefícios a conceder
$VPCF$	Valor Presente das Contribuições Futuras
$VPBF$	Valor Presente dos Benefícios Futuros
$VPSF$	Valor Presente dos Salários Futuros
${}^i CN_{\$}$	Custo Normal, em valores, para o benefício a conceder de aposentadoria por invalidez
${}^i CN_{\%}$	Custo Normal, em percentual, para o benefício a conceder de aposentadoria por invalidez
${}^{adm} CN_{\$}$	Custo Normal, em valores, para o custeio administrativo
${}^{adm} CN_{\%}$	Custo Normal, em percentual, para o custeio administrativo
${}^T CN_{\%}$	Custo Normal Total líquido, em valores.
${}^T CN_{\$}$	Custo Normal Total líquido, em percentual.
${}^r CN_{\%}$	Custo Normal, em percentual, para o benefício a conceder de aposentadoria de válidos

SIMBOLOGIA	DESCRIÇÃO
$rCN_{\$}$	Custo Normal, em valores, para o benefício a conceder de aposentadoria de válidos
$pCN_{\$}$	Custo Normal, em valores, para o benefício a conceder de pensão por morte de servidor em atividade
$pCN_{\%}$	Custo Normal, em percentual, para o benefício a conceder de pensão por morte de servidor em atividade
<i>Rec. COMPREV</i>	Receita de Compensação referente ao exercício anterior ao da realização desta avaliação atuarial
<i>Folha benef</i>	Valor da folha de proventos de aposentadoria e pensão referente ao exercício anterior ao da realização da avaliação atuarial
$rVPBF_{x(t)}$	Valor Presente dos Benefícios Futuros referente às aposentadorias programadas futuras do servidor "t"
<i>Ben. Med. RGPS</i>	Valor médio per capita dos benefícios pagos pelo Regime Geral de Previdência Social
Sal_t	Salário Mensal do servidor "t"
$TcRGPS_t$	Tempo de contribuição do servidor "t" ao Regime Geral de Previdência Social
$TcRPPS_t$	Tempo de contribuição do servidor "t" ao Regime Próprio de Previdência Social – RPPS do ente federativo
<i>PAI</i>	Passivo Atuarial Infundado
Sal_{total}	Salário total dos servidores
Sal_x	Salário de um servidor com idade atual x
S_y	Salário na idade de admissão y
B_r	Valor do benefício projetado para a idade de aposentadoria
B_i	Valor do benefício projetado para a idade de aposentadoria por invalidez
B_p	Valor do benefício projetado para a idade de pensão por morte de servidor em atividade
B_x	Valor do benefício projetado para a idade atual do servidor
<i>cs</i>	Taxa Real do crescimento da remuneração ao longo da carreira
<i>r</i>	idade estimada de entrada em aposentadoria programada
<i>x</i>	Idade atual do servidor, aposentado ou pensionista atual.
<i>n</i>	Quantidade de servidores expostos ao risco
<i>u</i>	Idade de admissão como efetivo
<i>y</i>	Idade do cônjuge
<i>z</i>	Idade do filho válido mais novo
<i>ω</i>	Última idade da tábua em uso
$r-yp_y^{(t)}$	Probabilidade de um indivíduo admitido com idade y chegar vivo e ativo na idade de aposentadoria r, em um ambiente multidecremental.
$r-up_u^{(t)}$	Probabilidade de um indivíduo admitido com idade u chegar vivo e ativo na idade de aposentadoria r, em um ambiente multidecremental.
tP_x^i	Probabilidade de um indivíduo inválido com idade x chegar vivo no tempo em x + t
tP_y	Probabilidade de um indivíduo com idade y chegar vivo no tempo em y+t
v^{r-y}	Fator de desconto financeiro da idade y até a idade de aposentadoria r
v^{r-u}	Fator de desconto financeiro da idade u até a idade de aposentadoria r
v^t	Fator de desconto financeiro no tempo t

SIMBOLOGIA	DESCRIÇÃO
$\pi(r)$	Probabilidade de o indivíduo estar casado na idade de aposentadoria r
$\pi(x)$	Probabilidade de o indivíduo de idade x estar casado
q_x^i	Probabilidade de um servidor inválido de idade x falecer antes de atingir a idade $x + 1$.
$q_x^{(m)}$	Probabilidade de um servidor ativo de idade x falecer antes de atingir a idade $x + 1$, em um ambiente multidecremental.
$q_x^{(t)}$	Probabilidade de um servidor de idade x se desligar do grupo de servidores ativos em virtude de morte em atividade, exoneração, invalidez ou aposentadoria
q_x	Probabilidade de um servidor ativo de idade x falecer em antes de atingir a idade $x + 1$
w_x	probabilidade de um servidor ativo de idade x se exonerar antes de atingir a idade $x + 1$
i_x	Probabilidade de um servidor ativo de idade x se invalidar antes de atingir a idade $x + 1$
r_x	Probabilidade de um servidor ativo de idade x se aposentar antes de atingir a idade $x + 1$
w'_x	Probabilidade de um servidor ativo de idade x ser exonerado antes de atingir a idade $x + 1$, em um ambiente multidecremental
i'_x	Probabilidade de um servidor ativo de idade x se invalidar antes de atingir a idade $x + 1$, em um ambiente multidecremental
r'_x	Probabilidade de um servidor ativo de idade x se aposentar antes de atingir a idade $x + 1$, em um ambiente multidecremental

10. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AITKEN, William H. (1996)** *"A Problem-Solving Approach to Pension Funding and Valuation"* Second Edition
- BOOTH, Philip, CHADBURN, Robert, HABERMAN, Steven, JAMES, Dewi, KHORASANEE, Zaki, PLUMB, Robert H. and RICKAYZEN, Ben (2005)** *"Modern Actuarial Theory and Practice"* Second Edition – Chapman & Hall / CRC.
- BOWERS, Newton L. , GERBER, Hans U. , HICKMAN, James C. , SONES, Donald A. and NESBIT, Cecil J. (1986)** *"Actuarial Mathematics"*, First Edition, published by SOA – Society of Actuaries, 1986.
- FERREIRA, Weber J. (1985)** "Coleção introdução à Ciência Atuarial", Rio de Janeiro, IRB, 1985, 4v.
- IYER, Subramaniam (1999)** *"Actuarial Mathematics of Social Security Pensions"* - International Labour Office (December 1, 1999).
- SCOTT, Elaine A. (1989)** *"Simple Defined Benefit Plans: Methods of Actuarial Funding"*
- SPIEGEL, Murray R., SCHILLER, John J. e SRINIVASAN, R. Alu.(2004)** "Teoria e problemas de probabilidade e estatística" 2ª edição – (Coleção Schaum)
- WINKLEVOSS, Howard E. (1993)** *"Pension mathematics with numerical illustrations"* Second edition. Pension Research Council of the Wharton School of the University of Pennsylvania.